



**Übungsklausur 2 zur
Eignungsprüfung
Mathematik
E2**

Hinweis:
Das E2-Semester beginnt
Anfang Februar.

- Bearbeitungszeit: 60 Minuten
- Erlaubte Hilfsmittel: Nicht-programmierbarer Taschenrechner,
Schülereigenes Wörterbuch (Deutsch/Muttersprache),
Schüler- oder schuleigene gedruckte Formelsammlung eines Schulbuchverlages
- Verbotene Hilfsmittel: Alle nicht erlaubten Hilfsmittel, z.B. Handy
- Gestelltes Material: Aufgabenset und kariertes Papier,
Schuleigene Formelsammlung

Schreiben Sie Ihren Namen und Ihre Berechnungen gut lesbar auf das gestellte karierte Papier.
Sie können auch für Ansätze oder Teillösungen Bewertungseinheiten erhalten.

Nach Ablauf der Bearbeitungszeit muss das Aufgabenset und sämtliches Papier abgegeben werden.

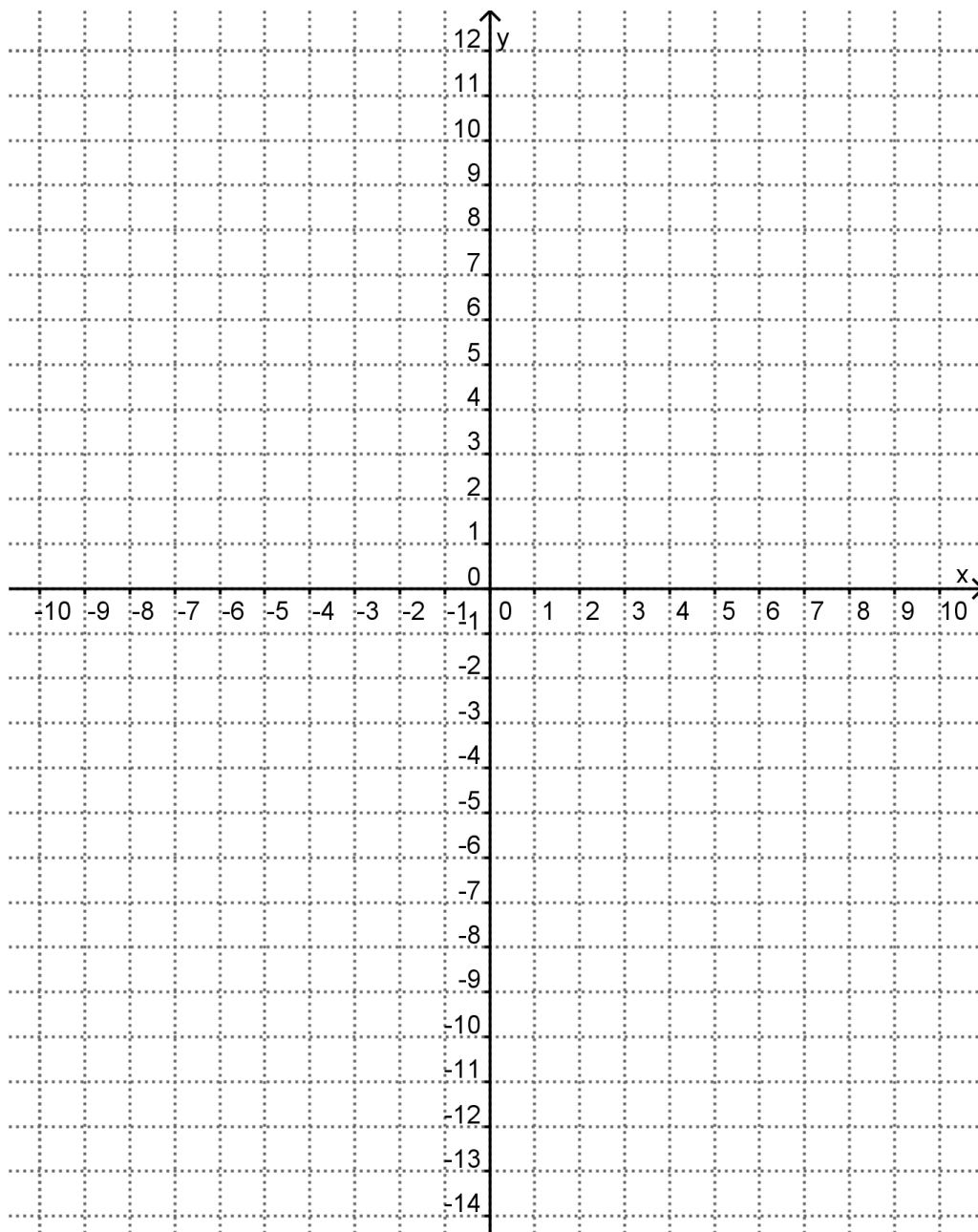
Für das Bestehen der Eignungsprüfung müssen Sie mindestens 16 Bewertungseinheiten (45 % von 35 möglichen Bewertungseinheiten) erreichen.

Viel Erfolg!

Aufgabenstellung

Gegeben ist die ganzrationale Funktion f mit $f(x) = \frac{1}{54}x^4 - \frac{1}{3}x^2 - 12$.

- a) Begründen Sie die Symmetrie des Graphen von f anhand des Funktionsterms.
Geben Sie das Grenzverhalten des Graphen von f für $x \rightarrow +\infty$ und $x \rightarrow -\infty$ an. (4 BE)
- b) Geben Sie den Punkt S_y an, in dem der Graph von f die y -Achse schneidet.
Berechnen Sie die Nullstellen von f und geben Sie jeweils an, ob der Graph von f die x -Achse schneidet oder berührt. (6 BE)
- c) Geben Sie die ersten drei Ableitungsfunktionen von f an. (5 BE)
- d) Berechnen Sie die Lage und die Art der Extrempunkte des Graphen von f . (8 BE)
- e) Berechnen Sie die Lage der Wendepunkte des Graphen von f . (5 BE)
- f) Berechnen Sie den Funktionsterm der Tangente t , die den Graphen von f im Punkt $(6|y)$ berührt. (4 BE)
- g) Skizzieren Sie den Graphen von f unter Berücksichtigung der bisherigen Ergebnisse in das vorgegebene Koordinatensystem. (3 BE)



Lösungshinweise, erhaltbare und erhaltene Bewertungseinheiten

Lösungswege, die von den nachfolgend dargestellten abweichen, aber dem Operator entsprechend als gleichwertig betrachtet werden können, werden selbstverständlich ebenso akzeptiert.

Aufg.	erwartete Leistungen	BE	
		erhaltbar	erhalten
a	Begründung der Symmetrie: Der Funktionsterm von f enthält nur gerade Potenzen von x . Die Funktion f ist daher gerade und ihr Graph ist achsensymmetrisch zur y -Achse.	2	
	Angabe des Grenzwertens: $x \rightarrow +\infty \Rightarrow f(x) \rightarrow +\infty$ alternativ: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$	1	
	$x \rightarrow -\infty \Rightarrow f(x) \rightarrow +\infty$ alternativ: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$	1	
b	Schnittpunkt mit der y -Achse: $x=0 \Rightarrow S_y(0 -12)$	1	
	Gemeinsame Punkte mit der x -Achse: $f(x)=0 \Rightarrow x^4 - 18x^2 - 648 = 0 \quad x^2 = z$		
	$z^2 - 18z - 648 = 0 \Rightarrow z_1 = -18; z_2 = 36$ Der negative z_1 -Wert liefert keine x -Werte.	2	
	$x_{1,2} = \pm\sqrt{z_2} = \pm\sqrt{36} = \pm 6$ einfache Nullstellen An den einfachen Nullstellen schneidet der Graph von f die x -Achse.	2 1	
c	$f'(x) = \frac{2}{27}x^3 - \frac{2}{3}x; \quad f''(x) = \frac{2}{9}x^2 - \frac{2}{3}; \quad f'''(x) = \frac{4}{9}x$	5	
d	Punkte mit der Steigung null (Extrem- und Sattelpunkte): $f'(x)=0 \Rightarrow x \cdot (x^2 - 9) = 0 \Rightarrow x_1 = 0; x_{2,3} = \pm 3$	3	
	$f(0) = -12; \quad f''(0) = -\frac{2}{3} < 0; \quad H(0 -12)$	2	
	$f(3) = -13,5; \quad f''(3) = \frac{4}{3} > 0; \quad T_2(3 -13,5)$	2	
	Folgerung aus der Symmetrie des Graphen von f : $T_1(-3 -13,5)$	1	
e	Punkte mit der Krümmung null (Wendepunkte): $f''(x)=0 \Rightarrow x^2 = 3 \Rightarrow x_{1,2} = \pm\sqrt{3} \approx \pm 1,73$	2	
	$f(\sqrt{3}) = -\frac{77}{6} \approx -12,83; \quad f'''(\sqrt{3}) = \frac{4}{9} \cdot \sqrt{3} \approx 0,77 \neq 0; \quad W_2(1,73 -12,83)$	2	
	Folgerung aus der Symmetrie des Graphen von f : $W_1(-1,73 -12,83)$	1	
f	y -Wert des Berührungspunktes: $y = f(6) = 0$	1	
	Steigung m der Tangente: $m = f'(6) = 12$	1	
	y -Achsenabschnitt n der Tangente: $y = 12x + n \quad (6 0)$ einsetzen $0 = 12 \cdot 6 + n \Rightarrow n = -72$	1	
	$t(x) = 12x - 72$	1	

Aufg.	erwartete Leistungen	BE	
		erhaltbar	erhalten
g		3	
	Summe	35	